

Kenmerken van figuren en lichamen uit de klassieke meetkunde

Geometrische vormen

J. Oosterhoff

Colofon

tekst prof.ir. J. Oosterhoff
vormgeving KEPCOM Creatieve Communicatie

uitgave Bouwen met Staal
ISBN 978-90-72830-92-0



Boerhaavelaan 40, 2713 HX Zoetermeer
tel. (079) 353 12 77
info@bouwenmetstaal.nl
www.bouwenmetstaal.nl

© Bouwen met Staal 2013

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden vervoelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand en/of openbaar gemaakt – in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of op enige andere manier – zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Aan de totstandkoming van deze publicatie is de uiterste zorg besteed. Desondanks zijn eventuele (druk)fouten en onvolkomenheden niet uit te sluiten. De uitgever sluit – mede ten behoeve van al degenen die aan deze publicatie hebben meegewerkt – elke aansprakelijkheid uit voor directe en indirecte schade, ontstaan door of verband houdende met de toepassing van deze publicatie.

Voorwoord

Het is opmerkelijk dat er al decennialang in de wiskunde een tendens bestaat meer en meer algebraïsch te werk te gaan en de wiskunde te behandelen in woorden, letters, cijfers en tekens met heel weinig afbeeldingen. Vroeger bestond in het onderwijs de beschrijvende (projectieve) meetkunde, maar dit vak is al lang verdwenen. Toch is het grafische aspect van de wiskunde van groot belang, waarbij ik denk aan onder meer ingenieurs, architecten, industrieel vormgevers en beeldende kunstenaars.

De verzameling meetkundige vormen in dit boek is hoofdzakelijk gebaseerd op de klassieke Euclidische meetkunde die begon bij de Grieken en later, na de middeleeuwen, werd voortgezet. Het is het waard deze vormen nog eens, gebundeld, in de herinnering terug te roepen. Daarbij is de vraag relevant welke betekenis de klassieke meetkunde tegenwoordig nog heeft: met de computer kan nu alles worden getekend. Maar het lijkt nuttig nog eens in herinnering te roepen wat de wiskundige oorsprong van veel vormen is en wat de bijbehorende benamingen zijn.

Bij de klassieke meetkunde is het begrip 'construeerbaarheid' voor veel vormen belangrijk: het tekenen van figuren en lichamen met passer en liniaal (zonder maatverdeling). Deze vaardigheid is al lang achterhaald (ander tekengereedschap, de computer) maar het blijft – wat het grafische aspect ervan betreft – een boeiend onderwerp.

Een ander interessant aspect is dat in de geraadpleegde wiskundeboeken meestal afbeeldingen (tekeningen) staan die veel meer informatie zouden kunnen geven dan het geval is. Zo worden in algebraïsche formules voor wiskundige figuren vaak maatgrootheden aangeduid met letters zoals a , b , c , m , n en r . Als eenvoudig voorbeeld de cirkel-ellips: $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$. Hoe informatief en beeldend zou het zijn de maten a en b in een tekening weer te geven, maar vrijwel nergens is dat het geval. In dit boek is dergelijke informatie zoveel mogelijk in de tekeningen verwerkt.

De keuze van de lemma's is een subjectieve zaak. Daarbij speelde de voorkeur voor karakteristieke vormen een belangrijke rol, evenals de construeerbaarheid van de figuren en lichamen.

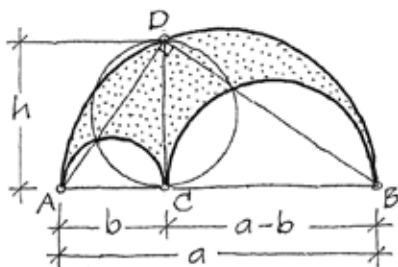
J. Oosterhoff

mei 2013

- achthoek zie "veelhoek"
- afstand zie "loodlijn"
- afwikkelingskromme zie "kromming"
- antiversiera zie "parel"
- arbelos

Ook genoemd "schoenmakersmes" en "sikkel van Archimedes".

De arbelos ontstaat als in een halve cirkel met middellijn AB twee naast elkaar liggende halve cirkels worden geplaatst, waarvan de som van hun middellijnen gelijk is aan de middellijn van de grote halve cirkel. Richt men in het ontmoetingspunt van de beide kleine halve cirkels op AB een loodlijn op die de grote halve cirkel in het punt D treft (lengte h) dan kan een cirkel met middellijn h worden getekend. De oppervlakte van deze cirkel is gelijk aan die van de arbelos.



oppervlakte van de sikkel

$$\begin{aligned}
 A_{\text{sikkel}} &= 1/2 \left[\frac{\pi}{4} a^2 - \frac{\pi}{4} b^2 - \frac{\pi}{4} (a-b)^2 \right] = \\
 &= 1/8 \cdot \pi [a^2 - b^2 - (a-b)^2] = \\
 &= 1/4 \cdot \pi (ab - b^2)
 \end{aligned}$$

oppervlakte van de cirkel
CD, diameter h

$$A_{\text{cirkel}} = 1/4 \cdot \pi \cdot h^2$$

in rechthoekige driehoek
ABD is:

$$h^2 = b(a-b) \quad (\text{zie "driehoek"})$$

$$\begin{aligned}
 A_{\text{cirkel}} &= 1/4 \cdot \pi [b(a-b)] = \\
 &= 1/4 \cdot \pi (ab - b^2)
 \end{aligned}$$

$$A_{\text{sikkel}} = A_{\text{cirkel}}$$

■ astroïde

De astroïde of sterkromme, ook genoemd asteroïde, is een hypocycloïde (zie "cycloïde"). Hierbij rolt een kleine cirkel (c, straal r) langs de binnenzijde van een grote cirkel (C, straal R). Bij $R:r=4$ ontstaat de astroïde.

Vergelijkingen $x^{2/3} + y^{2/3} = R^{2/3}$

$$\begin{cases} x = R \cos^3 t \\ y = R \sin^3 t \end{cases}$$

In vier steerpunten raakt de astroïde aan de X-as respectievelijk de Y-as.

Oppervlakte van de astroïde

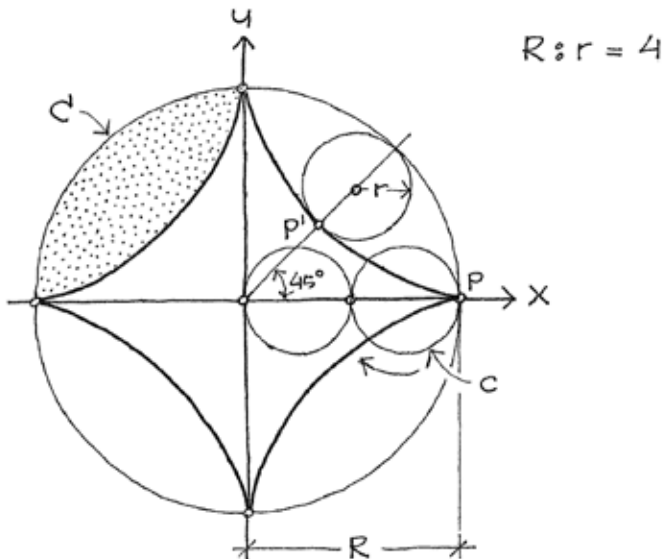
$$A = 3/8 \cdot \pi \cdot R^2$$

Oppervlakte van het vlak tussen een boogdeel en de omtrek van cirkel C

$$A = 5/32 \cdot \pi \cdot R^2$$

lengte van een boogdeel

$$L = 1,5 \cdot R$$



Het parameterstelsel

De abscis en ordinaat van een punt van een figuur zijn hierbij functies van een variabele eenheid, de parameter. Deze wordt gewoonlijk aangeduid met t en kan betrekking hebben op een variabel getal of op een variabele hoekgrootte.

Als in het parameterstelsel een hoek wordt aangeduid met φ heeft dit dezelfde betekenis als in het poolstelsel, dus een hoek gemeten vanaf de positieve X -as met de erbij behorende voerstraal zoals in:

$$\text{cirkel} \quad \begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

Voorbeelden van parametervergelijkingen

$$\text{cardioïde} \quad \begin{cases} x = r(2 \cos t - \cos 2t - 1) \\ y = r(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$$

$$\text{folium van Descartes} \quad \begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$$

$$\text{parabool} \quad \begin{cases} x = 1/2 \cdot p \cdot t^2 \\ y = p \cdot t \end{cases}$$

■ cycloïde

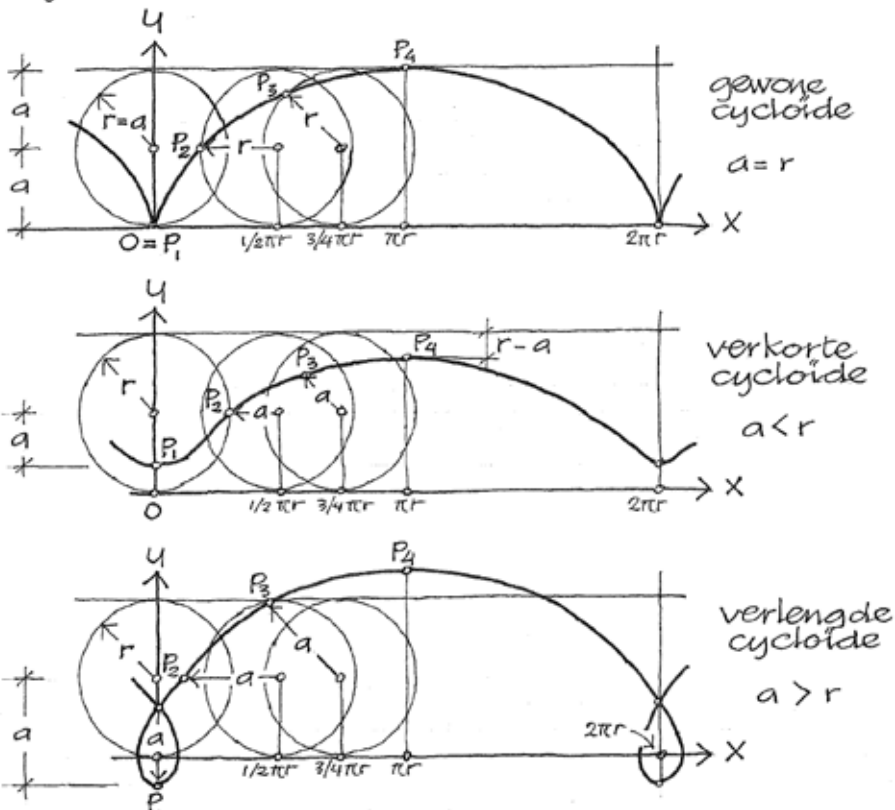
Voor de cycloïde zijn de uitgangspunten een assenstelsel $X-Y$ met oorsprong O en een cirkel met straal r waarvan het onderste punt in O ligt. De cycloïde ontstaat als de cirkel over de X -as rolt en wordt beschreven door een punt P dat op een afstand a van het cirkelmiddelpunt ligt.

De algemene vergelijking van de cycloïde is :

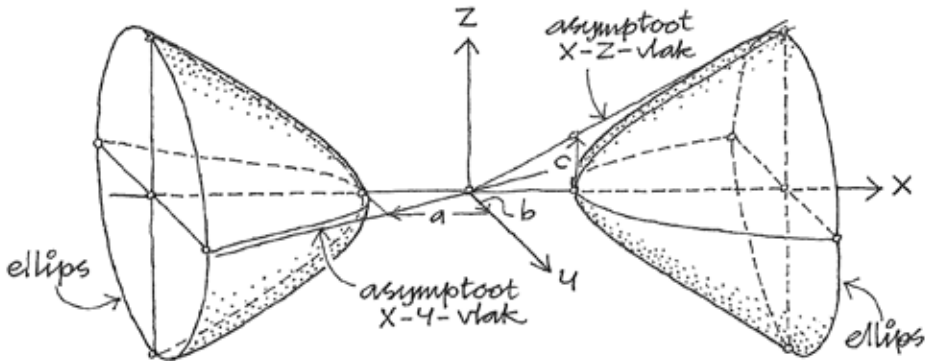
$$\begin{cases} x = r\varphi - a \sin \varphi \\ y = r - a \cos \varphi \end{cases}$$

Hierin is φ de hoek waarover de cirkel is gerold.

De vorm van de cycloïde hangt af van de verhouding van a tot r . Is a kleiner dan r dan ontstaat de verkorte cycloïde, is a groter dan r de verlengde cycloïde en voor $a = r$ de gewone cycloïde.



Tweeschalige hyperboloïde



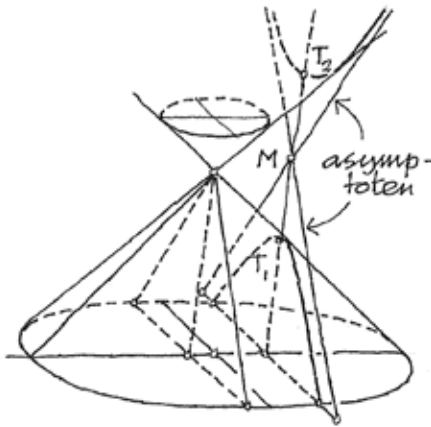
Deze ontstaat als een hyperbool zich om de X-as beweegt en bestaat uit twee tegenover elkaar liggende delen.

Vergelijking

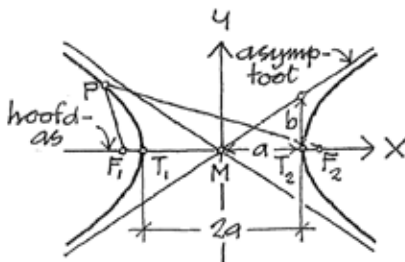
$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Voor $a=b$ worden de ellipsen cirkels en ontstaat een tweeschalige omwentelingshyperboloïde.

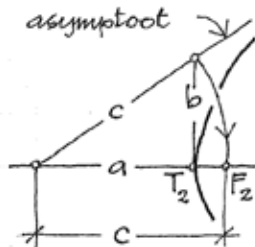
■ hyperbool



De hyperbool is een kegelsnede*. Ze ontstaat wanneer een dubbele omwentelingskegel (cirkeldoorsnede) wordt gesneden door een plat vlak waarvan de helling groter is dan die van de beschrijvende van de kegel.



M middelpunt
 T₁ T₂ toppen
 F₁ F₂ brandpunten
 PF₁ PF₂ voorstralen
 PF₂ - PF₁ = 2a



Een hyperbool is de meetkundige plaats van de punten waarvan het verschil tussen de afstand van het punt tot twee vaste punten (de brandpunten F₁ en F₂) een constante is (2a). Ze bestaat uit twee takken die symmetrisch zijn ten opzichte van de X- en de Y-as.

Vergelijkingen

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \rho = \frac{1}{\sqrt{\cos 2\varphi}}$$

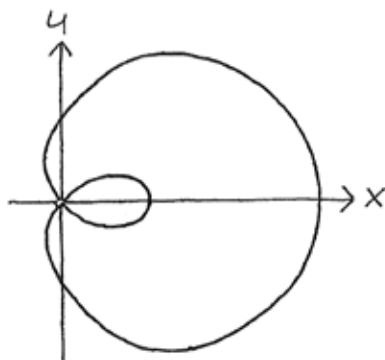
De beide takken naderen tot twee asymptoten
 $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x$

De richting van de asymptoten en de plaats van de toppen bepalen de plaats van de brandpunten en dus de vorm van de hyperbool.

$$c = \text{lineaire excentriciteit} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

■ ovaal

$$m=1 \quad n=2 \quad d=1 \quad c=2$$



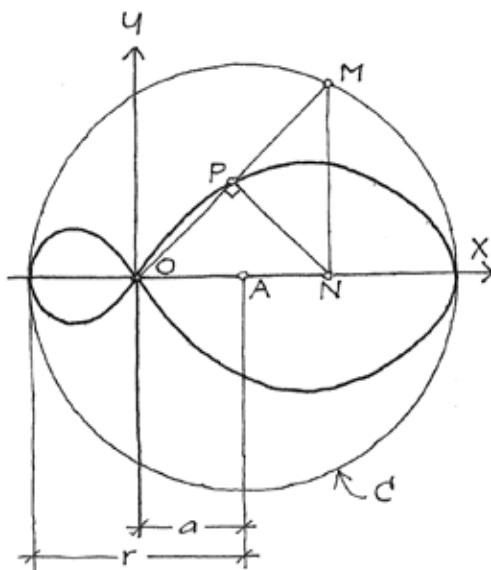
Ovaal van Descartes

De ovaal van Descartes vertoont gelijkernis met de slak van Pascal*.

Vergelijking

$$m\sqrt{x^2+y^2} + n\sqrt{(x-d)^2+y^2} = c$$

Er zijn verschillende vormen mogelijk. Karakteristiek is de vorm met de inwendige lus die lijkt op de verlengde vorm van de slak van Pascal.

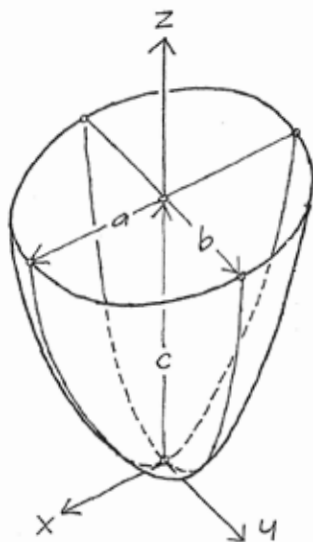


Ovaal van Minding

De ovaal van Minding kent een aantal vormen. Eén ervan kan worden geconstrueerd.

Gegeven zijn een cirkel C met middelpunt A en straal r , een lijn door A (de x -as) en een punt O op de x -as op een afstand a van A ($a < r$). De verticaal in O is de y -as. Trek een variabele lijn door O . Deze snijdt cirkel C in M . Trek de loodlijn uit M op de x -as (voetpunt N). Trek uit N de loodlijn op OM (voetpunt P). P ligt op een ovaal van Minding van de zesde graad.

■ paraboloiden



Er zijn twee vormen van paraboloiden.

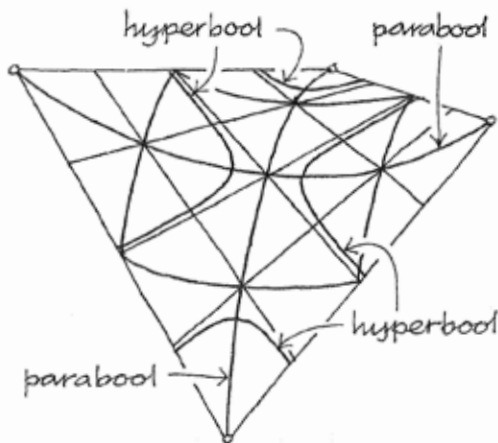
- * elliptische paraboloiden
- * hyperbolische paraboloiden

Elliptische paraboloiden

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z}{c}$$

Voor $a=b$ ontstaat een omwentelingsparaboloiden die draait om de Z -as.

Inhoud $V = 1/2 \cdot \pi \cdot a^2 \cdot c$

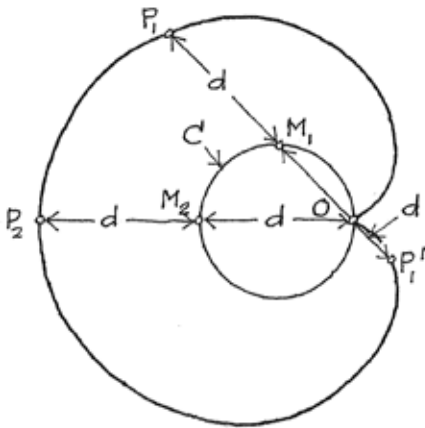


Hyperbolische paraboloiden

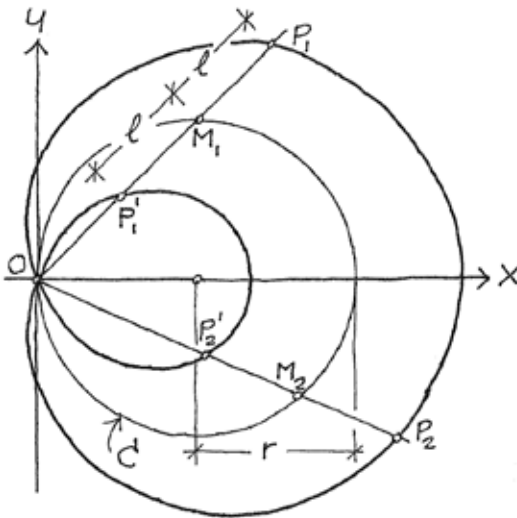
Deze paraboloiden heeft een zadelvorm.

Op het oppervlak liggen drie lijnenstelsels:

- * Twee elkaar snijdende parabolenstelsels.
- * Twee stelsels van hyperbooltakken.
- * Twee stelsels van beschrijvende (regelvlak).



De gewone vorm kan ook worden geconstrueerd als een conchoïde*. De uitgangskromme is een cirkel (C) met diameter d. Het punt van oorsprong O ligt op deze cirkel en de uit te zetten maat aan weerszijden van de snijpunten M met de cirkel C is gelijk aan de diameter d van de cirkel.



Ook de verlengde vorm kan op dezelfde wijze worden geconstrueerd. In plaats van de diameter d van de cirkel C (straal r) wordt een afwijkende lengtemaat l uitgezet ($l < r$).

Vergelijkingen

$$(x^2 + y^2 - 2rx)^2 = l^2(x^2 + y^2)$$

$$\rho = 2r \cos \varphi \pm l$$

De slak (limaçon) werd omstreeks 1600 geconstrueerd door de Franse wiskundige Etienne Pascal (vader van de bekende Blaise Pascal).

■ sleepkromme zie "tractrix"

■ spiraal

Een spiraal is een kromme die in het platte vlak zich om een vast punt (de pool O) heenwindt terwijl de afstand tot dit punt (de voerstraal ρ) steeds groter wordt.

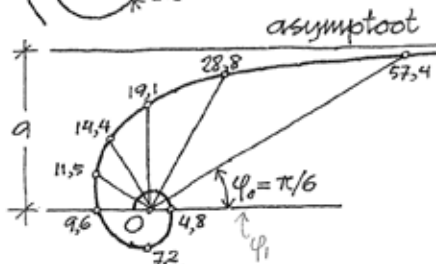
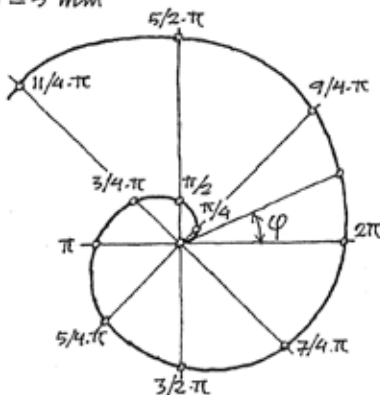
Daarnaast zijn er ook ruimtelijke spiralen, bijvoorbeeld de schroeflijn*.

Een spiraal wordt altijd weergegeven door een poolvergelijking: $\rho = f(\varphi)$ waarin φ de draaiingshoek is.

Deze vergelijking heeft vele variaties.

In het navolgende worden de bekendste spiralen behandeld.

$$a = 5 \text{ mm}$$



$$\varphi_0 = \pi/6 = 30^\circ$$

$$a = 30 \text{ mm}$$

Spiraal van Archimedes

Dit is de spiraal met de eenvoudigste vergelijking

$$\rho = a \cdot \varphi$$

waarin a een constante is en φ in radialen wordt uitgedrukt.

Booglengte voor een draaiingshoek φ_1

$$L = 1/2 \cdot a (\varphi \sqrt{1 + \varphi^2} + \arcsinh \varphi_1)$$

Archimedes van Syracuse (287 - 212 vC), Grieks natuurkundige en wiskundige.

Hyperbolische spiraal

Vergelijking

$$\rho = \frac{a}{\varphi}$$

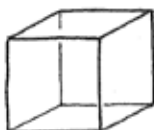
Deze spiraal heeft een asymptoot.

■ veelvlak

Platonische veelvlakken



tetraëder
viervlak



hexaëder
zesvlak



octaëder
achtvlak



dodecaëder
twaalfvlak



icosaëder
twintigvlak

Veelvlakken of polyëders zijn lichamen die alzijdig worden begrensd door veelhoeken (de zijvlakken). De snijlijnen van de zijvlakken heten ribben. Ze ontmoeten elkaar in de hoekpunten.

Tussen de aantallen zijvlakken, hoekpunten en ribben bestaat het verband (formule van Euler):

$$v + h = r + 2$$

v = aantal zijvlakken
 h = aantal hoekpunten
 r = aantal ribben

Een veelvlak heet regelmatig of regulair wanneer zijn zijvlakken regelmatige veelhoeken van hetzelfde type en dezelfde grootte zijn (congruent). Ze worden platonische veelvlakken genoemd (Plato, 427-347 vC, Grieks wijsgeer). Daarvan zijn er vijf typen: tetraëder, hexaëder, octaëder, dodecaëder, icosaëder.

veelvlak	m	n	v	h	r
tetraëder	3	3	4	4	6
hexaëder	3	4	6	8	12
octaëder	4	3	8	6	12
dodecaëder	3	5	12	20	30
icosaëder	5	3	20	12	30

m = aantal vlakken dat in een hoekpunt bij elkaar komt.
 n = aantal zijden (en hoekpunten van een zijvlak).

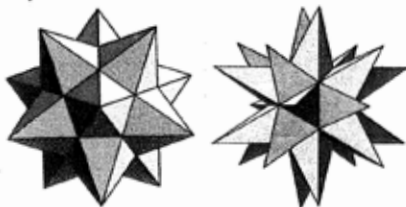
Zoals regelmatige veelhoeken een omgeschreven en een ingeschreven cirkel hebben, zijn er bij de platonsche veelvlakken een omgeschreven bol (straal r_o) en een ingeschreven bol (straal r_i). De omgeschreven bol omvat alle hoekpunten van het veelvlak, de ingeschreven bol raakt ieder zijvlak in zijn middelpunt. De beide bollen hebben eenzelfde middelpunt.

	tetra- eder	hexa- eder	octa- eder	dodecaëder	icosaëder
A zijvlak	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	a^2	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$\frac{a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
A totaal	$a^2\sqrt{3}$	$6a^2$	$2a^2\sqrt{3}$	$3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$5a^2\sqrt{3}$
V inhoud	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$	a^3	$\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$	$\frac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$	$\frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5})$
straal r_o	$\frac{a}{4}\sqrt{6}$	$\frac{a}{2}\sqrt{3}$	$\frac{a}{2}\sqrt{2}$	$\frac{a}{4}\sqrt{5}(1+\sqrt{5})$	$\frac{a}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$
straal r_i	$\frac{a}{12}\sqrt{6}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{6}\sqrt{6}$	$\frac{a}{4}\sqrt{\frac{50+22\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{a}{12}\sqrt{3}(3+\sqrt{5})$
hoek α ribben	60°	90°	60°	108°	60°
hoek φ zijvlakken	$70^\circ 31,7'$	90°	$109^\circ 28,2'$	$116^\circ 33,9'$	$138^\circ 11,5'$

a = lengte ribbe

Deltaëder

Een deltaëder is een veelvlak, afgeleid van de icosaëder, waarvan alle zijvlakken driehoekig zijn. Er kan een oneindig aantal zijvlakken zijn omdat elk driehoekig zijvlak kan worden vervangen door een driehoekige piramide.



dodecaëder-
ster

icosaëder-
ster

Verlengt men de ribben van een dodecaëder of icosaëder dan ontstaan de dodecaëderster en de icosaëderster. Deze lichamen heten Keplerse lichamen (naar Johannes Kepler, 1571 - 1630).

Index

A

aangeschreven cirkel 35
achthoek 4
afgeknotte kegel 68
afgeknotte piramide 98
afstand 82
afwikkelingskromme 76
Agnesi 54
antiprisma 99
antiversiera 97
arbelos 4
Archimedes van Syracuse 4, 109
archimedische veelvlakken 124
astroïde 5, 31
asymptoot 6, 51, 61

B

band van Möbius 7
been 55, 116
Bernoulli 28, 78
Bertrami 118
beschrijvende lijn 7, 102
bestemmingsdriehoek 119
bissectrice 35, 56
bol 8
bolschijf 8
bolsector 8
bolsegment 8
boog 10
boom van Pythagoras 48
brachistochroon 28
brandpunt 39, 61
Briggse stelsel 81

C

cardioïde 11, 29, 107
cartesisch (assen)stelsel 25
cartesisch blad 45

Cassini 14
Cassinische krommen 13
cilinder 9, 15
cirkel 16
cirkelcilinder 15
cirkelkegel 68
cirkels van Johnson 19
cirkeltransformatie 40
cissoïde 20
cissoïde van Diocles 20
cochleïde 22
concaaf 119
conchoïde 23, 108
conchoïde van Nicodemus 23
congruente driehoek 33
conoïde 24, 102
continuüm van Peano 47
conus 68
convex 119
coördinatenstelsel 25
cosecans 50
cosinus 50
cotangens 50
cycloïde 27

D

decadische stelsel 81
decagon 121
deltaëder 123
deltoïde 31, 32
Descartes 45, 88
diagon 101
diameter 8
diametraalpunt 8
Diocles 20
dodecaëder 122, 125
dodecaëderster 123
dodecagon 121

driedeling van een hoek 56
driehoek 33
driehoek van Morley 36
driehoek van Sierpinski 46
dubbelkegel 68

E

e 38
eenschalige hyperboloïde 59
eiland van Peano 47
ellips 39, 70
ellipsoïde 43
elliptische cilinder 15
elliptische paraboloiden 89
enneagon 121
envelop 87
epicycloïde 29
Euler 38, 122
evenwijdigheid 44
evolute 76
evolvente 76

F

Fermat 110
Fibonacci 53
figuren van Koch 46
fles van Klein 44
folium van Descartes 45
formule van Euler 122
fractal 46

G

Gabriël 118
geleidingskromme 15
gelijkbenige driehoek 33
gelijkvormige driehoek 33
gelijkzijdige driehoek 33, 34
getal van Ludolph 97

goniometrie 50
goniometrische figuren 51
graad 55
grondvlak 68
gulden snede 52, 111

H

halvering van een lijnstuk 80
hanenkam 54
heks van Agnesi 54
hemadiagon 101
hexaëder 77, 122, 125
hexagon 121
Hippocrates van Chios 84
hoek 55
hoekdeling 56
hoekpunt 33, 55, 122, 124
hoofdas 39
hoogtelijn 34
hoogtepunt 34
hoorn van Gabriël 118
hyperbolische functie 50
hyperbolische lemniscaat 79
hyperbolische paraboloiden 89, 102
hyperboloïde 59
hyperbool 61, 70
hypocycloïde 30
hypotenus 37

I

icosaëder 122, 125
icosidodecaëder 125
ingeschreven bol 123
ingeschreven cirkel 35, 119
inversie 64

J

Johnson 19

K

kegel 9, 68
kegelsnede 69
Keplerse lichamen 123
kettinglijn 71
Klein 44
Koch 46
kooorde 16
koordenvierhoek 126
korfboog 73
kromme van Lissajous 74
kromming 75
krommingsmiddelpunt 75
kromtestraal 75, 100
kub-octaëder 77, 125
kubus 77
kwadratuur van een cirkel 97

L

leidkromme 68
lemniscaat 78
lemniscaat van Bernoulli 78
lemniscaat van Slüse 79
lijn van Simson 36
lijndeling 80
limaçon 108
Lissajous 74
logaritme 81
logaritmische schaal 81
logaritmische spiraal 110
loodlijn 82
loodlijn in de ruimte 83
Ludolph van Ceulen 97

M

maansikkel 84
maantjes van Hippocrates 84
Maclaurin 117

Mandelbrot 46
mantel 68, 98
mantellijn 68
meetkundige plaats 85
middelloodlijn 34, 82
middelpunt 8
Miguel 36
minimaaloppervlak 86
Möbius 7
Morley 36
Münger 88

N

negenpunts-cirkel 18
neperiaanse logaritme 38, 81
nephroïde 86
nevenas 39
Nicomedes 23
normaal 76

O

octaëder 122, 125
octagon 121
omgeschreven bol 123
omgeschreven cirkel 34, 119
omhullende 87
omwentelingsellipsoïde 44
ontwondene 76
ovaal 88
ovaal van Descartes 88
ovaal van Münger 88

P

papierformaten 101
parabolische folium 45
paraboloïde 89
parabool 70, 90
parallel 95

parallepipedum 96
parallellogram 96, 104, 126
parameter(assen)stelsel 26
parel 97
Pascal 88, 107, 108
Peano 47
pentagon 121
pentagram 53, 67, 128
pi 97
piramide 98
piriform 97
Plato 122
platonische veelvlakken 122
polyeder 122
polygoon 119
pool(assen)stelsel 25
prisma 99
pseudosfeer van Bertrami 118
puntenverzameling van Peano 47
Pythagoras 37, 48

Q

quadriagon 101

R

raaklijn 17, 41, 91, 100
raaklijnenvierhoek 126
raakpunt 100
radiaal 55
rechthoek 101, 126
rechthoekig (assen)stelsel 25
rechthoekige driehoek 33, 37
reeks van Fibonacci 53
regelmatige cirkelkegel 68
regelmatige piramide 98
regelvlak 102
rhombus 104
ribbe 98, 122

richtlijn 41, 62
ring 102
romboëdrische icosidodecaëder 125
romboëdrische kub-octaëder 125
rondboog 10
roos 103
ruit 104, 126

S

salinon 104
scheef prisma 99
scheef segment 90
scherpe driehoek 33
scheve cilinder 15
scheve piramide 98
schoenmakersmes 4
schroefgang 105
schroeflijn 105
secans 50
sector 16
segment 16, 17, 90
segmentboog 10
serpentine 106
Sierpinski 46, 47
sikkel van Archimedes 4
Simson 36
sinus 50
slak van Pascal 88, 107
sleepkromme 115
Slüse 79
spidron 49
spiraal 109
spiraal van Archimedes 109
spiraal van Fermat 110
spitsboog 10
stelling van Miguel 36
stelling van Pythagoras 37
stelling van Thales 37

sterkromme 5
sterlichaam 122
stompe driehoek 33
straal 8
straling 19, 41, 63, 91, 112
stralingsbron 19
strophoïde 112

T

tangens 50
tangentenvierhoek 126
tautochroon 28
tetraëder 122, 125
Thales 37
tienhoek 113
top 89
Torricelli 118
torus 114
tractrix 115
trapezium 116, 126
trifolium 116
trisectie 56
trisectrix van Maclaurin 117
trompet van Torricelli 118
tweeschalige hyperboloïde 60

V

veelhoek 119
veelvlak 122
versiera 54
verzameling 85
vierhoek 126
vierkant 126
vierkant van Sierpinski 47
vijfhoek 127
virtuele parabool 95
vlieger 126, 129
voerstraal 40, 109

W

Wallis 24
wig van Wallis 24
wortel 129

Z

zadelvorm 89
zeshoek 130
zevenhoek 130
zijde 124
zijvlak 122
zwaartelijijn 34
zwaartepunt 34